

Normálne rozdelenie – príklady

Úloha 1. Pomocou štatistických tabuliek určite nasledovné pravdepodobnosti pre normovanú normálnu náhodnú premennú Z :

a) $P(Z < 1,32)$ b) $P(Z < 3,0)$ c) $P(Z > 1,45)$ d) $P(Z > -2,15)$ e) $P(-2,34 < Z < 1,76)$

a) 0,90658 ; b) 0,99865 ; c) 0,07353 ; d) 0,98422 ; e) 0,95116 ;

Úloha 2. Nech Z má normované normálne rozdelenie. Pomocou štatistických tabuliek určite hodnotu z , ktorá spĺňa nasledovné rovnice:

a) $P(Z < z) = 0,9$ b) $P(Z < z) = 0,5$ c) $P(Z > z) = 0,1$

d) $P(Z > z) = 0,9$ e) $P(-1,24 < Z < z) = 0,8$

a) 1,28 ; b) 0 ; c) 1,28 ; d) -1,28 ; e) 1,33 ;

Úloha 3. Nech X má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 10 a smerodajnou odchýlkou 2. Určite nasledovné pravdepodobnosti :

a) $P(X < 13)$; b) $P(X > 9)$; c) $P(6 < X < 14)$; d) $P(2 < X < 4)$; e) $P(-2 < X < 8)$;

a) 0,93319 ; b) 0,69146 ; c) 0,9545 ; d) 0,00135 ; e) 0,15866 ;

Úloha 4. Nech X má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 5 a smerodajnou odchýlkou 4. Určite nasledovné pravdepodobnosti :

a) $P(X < 11)$; b) $P(X > 0)$; c) $P(3 < X < 7)$; d) $P(-2 < X < 9)$; e) $P(2 < X < 8)$;

a) 0,93319 ; b) 0,89435 ; c) 0,38292 ; d) 0,80128 ; e) 0,54674 ;

Úloha 5. Pevnosť vzoriek kontajnerov cementu v tlaku sa modeluje pomocou normálneho rozdelenia so strednou hodnotou 6000 kg/cm^2 a smerodajnou odchýlkou 100 kg/cm^2 .

a) Aká je pravdepodobnosť, že pevnosť nejakej vzorky je menšia ako 6250 kg/cm^2 ?
(0,99379)

b) Aká je pravdepodobnosť, že pevnosť nejakej vzorky je medzi 5800 a 5900 kg/cm^2 ?
(0,13591)

c) Akú pevnosť prekročí 95 % vzoriek? (5835 kg/cm^2)

Úloha 6. Pevnosť v ťahu papiera sa modeluje normálnym rozdelením so strednou hodnotou 35 libier na štvorcový palec a smerodajnou odchýlkou 2 libry na štvorcový palec.

a) Aká je pravdepodobnosť, že pevnosť nejakej vzorky je menšia ako 40 lb/in^2 ?

b) Ak špecifikácie požadujú, aby pevnosť v ťahu prekročila 30 lb/in^2 , aký podiel vzoriek sa vyradí?

Úloha 7. Nech šírka linky na výrobu polovodičov má normálne rozdelenie so strednou hodnotou $0,5$ mikrometrov a smerodajnou odchýlkou $0,05$ mikrometrov.

a) Aká je pravdepodobnosť, že šírka nejakej linky je väčšia ako $0,62$ mikrometrov ?
(0,0082)

b) Aká je pravdepodobnosť, že šírka nejakej linky je medzi $0,47$ a $0,63$ mikrometrami?
(0,7210)

Úloha 8. Objem náplne automatického plniaceho stroja používaného na plnenie plechoviek perlivým nápojom má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 12,4 uncí (1 unca = 0,028 l) a smerodajnou odchýlkou 0,1 unce.

- Aká je pravdepodobnosť, že nejaký objem náplne je menší ako 12 uncí?
- Ak všetky plechovky s objemom náplne menším ako 12,1 alebo väčším ako 12,6 uncí sa vyradujú, aký podiel plechoviek sa vyradí?
- Určite medze, ktoré sú symetrické okolo strednej hodnoty a obsahujú 99 % zo všetkých plechoviek.

Úloha 9. Čas nepriameho bunkového delenia (nazývaný mitóza) má normálne rozdelenie so strednou hodnotou jedna hodina a smerodajnou odchýlkou 5 minút.

- Aká je pravdepodobnosť, že delenie nejakej bunky sa uskutoční skôr ako za 45 minút? (0,00135)
- Aká je pravdepodobnosť, že delenie nejakej bunky bude trvať viac ako 65 minút? (0,15866)
- Aký čas je potrebný na dokončenie mitózy približne 99 % zo všetkých buniek? (71,6 min)

Úloha 10. V úlohe 8 predpokladajme, že stredná hodnota plniacej operácie sa dá ľahko nastaviť, pričom smerodajná odchýlka zostáva na 0,1 uncí.

- Na akú hodnotu by mala byť nastavená stredná hodnota náplne, aby 99,9 % zo všetkých naplnených plechoviek prekročilo hodnotu 12 uncí? (12,30 uncí)
- Na akú hodnotu by mala byť nastavená stredná hodnota náplne, aby 99,9 % zo všetkých naplnených plechoviek prekročilo hodnotu 12 uncí, ak smerodajná odchýlka sa dá znížiť na hodnotu 0,05 unce?

Úloha 11. Reakčná doba šoféra na zrakový podnet má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 0,4 sekundy a smerodajnou odchýlkou 0,05 sekundy.

- Aká je pravdepodobnosť, že reakcia nejakého šoféra vyžaduje 0,5 sekúnd? (0,02275)
- Aká je pravdepodobnosť, že reakcia nejakého šoféra je medzi 0,4 až 0,5 sekúnd? (0,47785)
- Aká je reakčná doba, ktorú prekročí 90 % šoférov? (0,336)

Úloha 12. Rýchlosť prenosu súboru, z fakultného serveru na osobný počítač v študentskom domove počas pracovného dňa večer, má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 60 kilobitov a smerodajnou odchýlkou 4 kilobity za sekundu.

- Aká je pravdepodobnosť, že súbor bude prenesený rýchlosťou 70 kilobitov za sekundu alebo väčšou?
- Aká je pravdepodobnosť, že súbor bude prenesený rýchlosťou menšou ako 58 kilobitov za sekundu?
- Ak má súbor veľkosť 1 megabyte, aký je priemerný čas na jeho prenos? (Predpokladáme, že 8 bitov je 1 byte)

Úloha 13. Dĺžka injekčného vstrekovacieho plastového púzdra, ktoré drží magnetickú pásku, má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 90,2 mm a smerodajnou odchýlkou 0,1 mm.

- Aká je pravdepodobnosť, že nejaké púzdro je dlhšie ako 90,3 mm alebo kratšie ako 89,7 mm? (0,15866)
- Ako by mala byť nastavená stredná hodnota procesu, aby sme dostali najväčší počet púzdiar medzi 89,7 a 90,3 mm? (90)

- c) Ak sa púzdra, ktoré nemajú dĺžku medzi 89,7 a 90,3 mm vyradujú, aká je výťažnosť procesu pri nastavení ich strednej hodnoty ako v b)?

Úloha 14. V predchádzajúcej úlohe predpokladajme, že proces je centrováný tak, že stredná hodnota je 90 mm a smerodajná odchýlka je 0,1 mm. Predpokladajme, že 10 púzdiar sa meria a púzdra sú nezávislé.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že všetkých 10 púzdiar má dĺžku medzi 89,7 a 90,3 mm?
b) Aký je očakávaný počet z 10 púzdiar, ktoré majú dĺžku medzi 89,7 a 90,3 mm?

Úloha 15. Práceschopnosť zamestnancov vo firme za mesiac má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 100 hodín a smerodajnou odchýlkou 20 hodín.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že práceschopnosť na budúci mesiac bude 50 a 80 hodín (0,15245)
b) Aký veľký čas by mal byť zahrnutý do rozpočtu na práceschopnosť, ak by plánované množstvo malo byť prekročené s pravdepodobnosťou iba 10 %? (125,6)

Úloha 16. Životnosť polovodičového lasera pri konštantnom prúde má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 7000 hodín a smerodajnou odchýlkou 20 hodín.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že nejaký laser sa pokazí pred 5000 hodinami?
b) Aká je životnosť v hodinách, ktorú prekročí 95 % laserov?
c) Ak sa tri lasery používajú vo výrobku a zlyhávajú nezávisle, aká je pravdepodobnosť, že všetky tri ešte pracujú po 7000 hodinách?

Úloha 17. Priemer bodky vytvorenej tlačiarňou má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 0,002 palcov a smerodajnou odchýlkou 0,0004 palca.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že priemer bodky prekročí 0,0026 palcov? (0,06681)
b) Aká je pravdepodobnosť, že nejaký priemer bodky je medzi 0,0014 a 0,0026 palcov? (0,86638)
c) Aká smerodajná odchýlka priemeru bodky je potrebná, aby pravdepodobnosť v b) bola 0,995? (0,000214)

Úloha 18. Hmotnosť bežeckej topánky má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 12 uncí a smerodajnou odchýlkou 0,5 uncí.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že hmotnosť nejakej topánky je väčšia ako 13 uncí?
b) Aká musí byť smerodajná odchýlka hmotnosti topánky, aby spoločnosť mohla tvrdiť, že 99% ich topánok má hmotnosť menšiu ako 13 uncí?
c) Ak smerodajná odchýlka zostáva 0,5 uncí, aká musí byť stredná hodnota hmotnosti topánky, aby spoločnosť mohla tvrdiť, že 99,9 % ich topánok má hmotnosť menšiu ako 13 uncí?