

## 1. Úlohy na výpočet pravdepodobnosti

**Úloha 1.** Vzorku preparátu pre chemické meranie pripravuje správne 25 % laboratórnych technikov s malou chybou 70% a s veľkou chybou 5%.

- Náhodne vybraný technik pripraví preparát. Aká je pravdepodobnosť, že bude bez chyby? (0,25)
- Aká je pravdepodobnosť, že je vzorka pripravená buď s malou alebo s veľkou chybou? (0,75).

**Úloha 2.** Disky z polykarbonátového plástu sa analyzujú na odolnosť proti poškrabnutiu (OPP) a na otrasuvzdornosť (OV). Výsledky zo 100 diskov sú uvedené v nasledovnej tabuľke

| OPP    | OV     |       |
|--------|--------|-------|
|        | vysoká | nízka |
| vysoká | 70     | 9     |
| nízka  | 16     | 5     |

Nech  $A$  je udalosť, že disk má vysokú otrasuvzdornosť a  $B$  je udalosť, že disk má vysokú odolnosť proti poškrabnutiu. Náhodne vyberieme jeden disk.

Vypočítajte nasledovné pravdepodobnosti:

- $P(A)$ ,
- $P(B)$ ,
- $P(A')$ ,
- $P(A \cap B)$ ,
- $P(A \cup B)$ ,
- $P(A' \cup B)$ ,
- $P(A|B)$ ,
- $P(B|A)$ .

*Výsledky:*

- a) 0,86   b) 0,79   c) 0,14   d) 0,70   e) 0,95   f) 0,84   g) 70/79   h) 70/86

**Úloha 3.** Vzorky emisií od troch dodávateľov sa klasifikujú podľa zhody s požiadavkami na čistotu ovzdušia. Výsledky 100 vzoriek sú uvedené v nasledovnej tabuľke

| Dodávateľ | Vyhovujú požiadavkám |     |
|-----------|----------------------|-----|
|           | áno                  | nie |
| 1         | 22                   | 8   |
| 2         | 25                   | 5   |
| 3         | 30                   | 10  |

Nech  $A$  je udalosť, že vzorka je od 1. dodávateľa a  $B$  je udalosť, že vzorka vyhovuje požiadavkám. Ak náhodne vyberieme vzorku, vypočítajte pravdepodobnosti:

- $P(A)$ ,
- $P(B)$ ,
- $P(A')$ ,
- $P(A \cap B)$ ,
- $P(A \cup B)$ ,
- $P(A' \cup B)$ .

*Výsledky:*

- a) 0,30   b) 0,77   c) 0,70   d) 0,22   e) 0,85   f) 0,92

**Úloha 4.** Výbery dielcov z hliníkovej zliatiny sa klasifikujú na základe kvality povrchu (KP) v mikropalcoch a povrchovej úpravy hrany (PUH). Výsledky kvality 100 dielcov sú uvedené v nasledovnej tabuľke

| KP      | PUH     |       |
|---------|---------|-------|
|         | výborná | dobrá |
| výborná | 80      | 2     |
| dobrá   | 10      | 8     |

Nech  $A$  je udalosť, že vzorka má výbornú kvalitu povrchu a  $B$  je udalosť, že vzorka má výbornú kvalitu. Ak náhodne vyberieme dielec, vypočítajte nasledovné pravdepodobnosti:

- a)  $P(A)$ ,    b)  $P(B)$ ,    c)  $P(A')$ ,    d)  $P(A \cap B)$ ,    e)  $P(A \cup B)$ ,  
 f)  $P(A' \cup B)$ ,    g)  $P(A|B)$ ,    h)  $P(B|A)$ .

**Výsledky:**

- a) 0,82    b) 0,9    c) 0,18    d) 0,80    e) 0,82    f) 0,98    g) 80/90    h) 80/82

**Úloha 5.** Ak  $P(A) = 0,3$   $P(B) = 0,2$  a  $P(A \cap B) = 0,1$ , vypočítajte nasledovné pravdepodobnosti:

- a)  $P(A')$     b)  $P(A \cup B)$     c)  $P(A' \cap B)$     d)  $P(A \cap B')$   
 e)  $P[(A \cup B)']$     f)  $P(A' \cup B)$ .

**Výsledky:**

- a) 0,7    b) 0,4    c) 0,1    d) 0,2    e) 0,6    f) 0,8

**Úloha 6.** Ak udalosti  $A, B$  a  $C$  sú vzájomne sa vylučujúce s pravdepodobnosťami  $P(A) = 0,2$   $P(B) = 0,3$  a  $P(C) = 0,4$ , vypočítajte nasledovné pravdepodobnosti:

- a)  $P(A \cup B \cup C)$ ,    b)  $P(A \cap B \cap C)$   
 c)  $P(A \cap B)$     d)  $P[(A \cup B) \cap C]$     e)  $P(A' \cap B' \cap C')$ .

**Výsledky:**

- a) 0,9    b) 0    c) 0    d) 0    e) 0.

**Úloha 7.** Ak  $A, B$  a  $C$  sú vzájomne sa vylučujúce udalosti, je možné, aby sa  $P(A) = 0,3$   $P(B) = 0,4$  a  $P(C) = 0,5$ ?

Zdôvodnite prečo áno a prečo nie? (nie)

**Úloha 8.** Analýza rukovätí kompresora je vykonaná v zhode s technickými požiadavkami. Výsledky analýzy sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

| Kvalita povrchu<br>vyhovuje | Zaokrúhlenosť vyhovuje |     |
|-----------------------------|------------------------|-----|
|                             | áno                    | nie |
| áno                         | 345                    | 5   |
| nie                         | 12                     | 8   |

- Ak je rukoväť vybraná náhodne, aká je pravdepodobnosť, že rukoväť vyhovuje požiadavkám na kvalitu povrchu? (350/370)
- Aká je pravdepodobnosť, že táto vybraná rukoväť vyhovuje požiadavkám na kvalitu povrchu alebo na zaokrúhlenosť? (362/370)
- Aká je pravdepodobnosť, že táto vybraná rukoväť vyhovuje požiadavkám na kvalitu povrchu alebo nevyhovuje požiadavkám na zaokrúhlenosť? (358/370)
- Aká je pravdepodobnosť, že táto vybraná rukoväť vyhovuje požiadavkám na kvalitu povrchu aj na zaokrúhlenosť? (345/370)

**Úloha 9.** Výrobca predných svetiel automobilov skúša svetlá pri vysokej vlhkosti a vysokej teplote prostredia, pričom sleduje intenzitu a praktickú životnosť. V nasledujúcej tabuľke sú uvedené výsledky 130-tich testovaných svetiel:

| Intenzita  | Praktická životnosť |            |
|------------|---------------------|------------|
|            | vyhovuje            | nevyhovuje |
| vyhovuje   | 117                 | 3          |
| nevyhovuje | 8                   | 2          |

- Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne vybrané svetlo bude dávať nevyhovujúci výsledok podľa ľubovoľného kritéria. (13./13.)
- Zákazník požaduje, aby svetlo vyhovovalo s 95% pravdepodobnosťou. Môže výrobca splniť jeho požiadavku? (nie)

**Úloha 10.** Analýza rukovätí kompresora je vykonaná v zhode s technickými požiadavkami. Výsledky analýzy sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

| Kvalita povrchu<br>vyhovuje | Zaokrúhlenosť vyhovuje |     |
|-----------------------------|------------------------|-----|
|                             | áno                    | nie |
| áno                         | 345                    | 5   |
| nie                         | 12                     | 8   |

- Ak vieme, že rukoväť vyhovuje požiadavkám na zaokrúhlenosť, aká je pravdepodobnosť, že vyhovuje požiadavkám na kvalitu povrchu? (345/357)
- Ak vieme, že rukoväť nespĺňa požiadavky na zaokrúhlenosť, aká je pravdepodobnosť, že rukoväť spĺňa požiadavky na kvalitu povrchu? (5/13)

**Úloha 11.** Analyzujeme údaje o doštičkách vo výrobe polovodičov. Dáta, uvedené v tabuľke, sú triedené podľa kontaminácie doštičky a polohy doštičky v rozprašovacom zariadení:

| Počet kontam. častíc | Poloha |       |
|----------------------|--------|-------|
|                      | stred  | okraj |
| 0                    | 0,30   | 0,10  |
| 1                    | 0,15   | 0,05  |
| 2                    | 0,10   | 0,05  |
| 3                    | 0,06   | 0,04  |
| 4                    | 0,04   | 0,01  |
| 5 a viac             | 0,07   | 0,03  |
| $\Sigma$             | 0,72   | 0,28  |

Nech  $A$  je udalosť, že doštička obsahuje 4 a viac častíc a  $B$  je udalosť, že doštička je zo stredu rozprašovacieho zariadenia. Vypočítajte:

- a)  $P(A)$  b)  $P(A|B)$  c)  $P(B)$  d)  $P(B|A)$  e)  $P(B \cap A)$  f)  $P(B \cup A)$ .

**Výsledky:**

- a) 0,15 b) 0,1527 c) 0,72 d) 0,7333 e) 0,11 f) 0,76.

**Úloha 12.** Dávka obsahuje 15 odliatkov od miestneho dodávateľa a 25 odliatkov od dodávateľa susedného štátu. Zo 40 odliatkov sa vyberú náhodne dva odliatky bez opakovania. Nech  $A$  je udalosť, že prvý vybraný odliatok je od miestneho dodávateľa a  $B$  je udalosť, že druhý odliatok je vybraný od miestneho dodávateľa. Vypočítajte:

- a)  $P(A)$  b)  $P(B|A)$  c)  $P(A \cap B)$  d)  $P(B \cup A)$ .

**Výsledky:**

- a) 0,375 b) 14/39 c) 15/40 . 14/39 d) ?

**Úloha 13.** Dávka 500 prepraviek na mrazenú pomarančovú šťavu obsahuje 5 defektných. Z dávky sa náhodne vyberú dve bez opakovania.

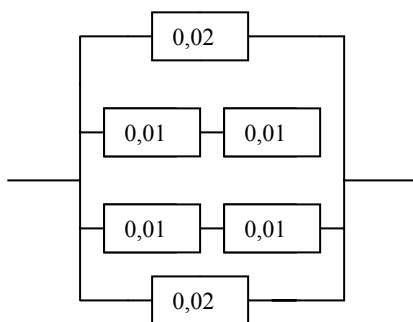
- a) Aká je pravdepodobnosť, že druhá vybratá prepravka je defektná, ak prvá bola defektná?  
( $4/499=0,0080$ )  
b) Aká je pravdepodobnosť, že obidve sú defektné? ( $5/500 \cdot 4/499=0,00008$ )  
c) Aká je pravdepodobnosť, že obidve sú prijateľné? ( $495/500 \cdot 494/499=0,98$ )

**Úloha 14.** Dávka 100 polovodičových čipov obsahuje 20 defektných.

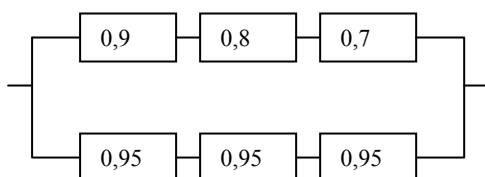
- a) Dva čipy sú z dávky náhodne vybrané bez opakovania. Vypočítajte pravdepodobnosť, že druhý vybraný čip je defektný.  
b) Tri čipy sú z dávky náhodne vybrané. Vypočítajte pravdepodobnosť, že všetky sú defektné.

**Úloha 15.** Nasledovné okruhy fungujú iba vtedy, keď je funkčná cesta zariadení zľava doprava. Predpokladajme, že zariadenia zlyhávajú nezávisle a pravdepodobnosť poruchy jednotlivých prvkov je na nasledujúcich schémach. Aká je pravdepodobnosť, že okruh funguje?

a)



b)



**Úloha 16 .** Počítače na odoslanie 100 jednotiek majú mobilnú pevnú jednotku, CDRW jednotku alebo obidve, ako je uvedené v nasledujúcej tabuľke:

| CDRW | MPJ |     |
|------|-----|-----|
|      | áno | nie |
| áno  | 15  | 80  |
| nie  | 4   | 1   |

Nech  $A$  je udalosť, že počítač má MPJ a  $B$  je udalosť, že počítač má CDRW jednotku. Ak vyberieme počítač náhodne, vypočítajte:

a)  $P(A)$  b)  $P(A/B)$  c)  $P(A \cap B)$  d)  $P(B \cup A)$ , e)  $P(A' \cap B)$ .

**Výsledky:** a) (0,19) b) (0,1579) c) (0,15) d) (0,99) e) (0,80)

**Úloha 17.** Nech  $E_1, E_2, E_3$  predstavujú výbery, ktoré spĺňajú percento sušiny, molekulárnej hmotnosti a farby dané špecifikáciami. Celkový počet výberov klasifikovaných podľa  $E_1, E_2, E_3$  je 240, pričom „áno“ označuje, že výber spĺňa požiadavky.

$E_3$  áno,

$E_3'$  nie



| $E_1$    | áno | nie | $\Sigma$ |
|----------|-----|-----|----------|
| áno      | 200 | 1   | 201      |
| nie      | 5   | 4   | 9        |
| $\Sigma$ | 205 | 5   | 210      |

| $E_1$    | áno | nie | $\Sigma$ |
|----------|-----|-----|----------|
| áno      | 20  | 4   | 24       |
| nie      | 6   | 0   | 6        |
| $\Sigma$ | 26  | 4   | 30       |

- a) Sú  $E_1, E_2, E_3$  vzájomne sa vylucujúce? (nie)
- b) Sú  $E'_1, E'_2, E'_3$  vzájomne sa vylucujúce? (nie)
- c) Aká je  $P(E'_1, E'_2, E'_3)$ ? (40/240)
- d) Aká je pravdepodobnosť, že výber spĺňa všetky tri požiadavky? (200/240)
- e) Aká je pravdepodobnosť, že výber spĺňa požiadavky  $E_1$  alebo  $E_3$ ? (234/240)
- f) Aká je pravdepodobnosť, že vzorka spĺňa požiadavky  $E_1$  alebo  $E_2$  alebo  $E_3$ ? (1)

**Úloha 18.** Oceľová doska obsahuje 20 skrutiek. Predpokladajme, že 5 skrutiek nespĺňa požiadavky na krútiaci moment. Vyberieme náhodne 4 skrutky bez opakovania, ktoré kontrolujeme na krútiaci moment.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že všetky štyri vybrané skrutky spĺňajú požiadavky na krútiaci moment?  $(0,2817 = \frac{\binom{15}{4}}{\binom{20}{4}})$
- b) Aká je pravdepodobnosť, že aspoň jedna z vybraných skrutiek nespĺňa požiadavky na krútiaci moment?  $(0,718=1-0,2817)$

**Úloha 19.** V automatickom plniacom procese pravdepodobnosť nesprávneho naplnenia pri malej rýchlosti plnenia je 0,001. Keď rýchlosť plnenia je vysoká, pravdepodobnosť nesprávneho naplnenia je 0,01. Nech 30% kontajnerov je naplnených pri vysokej rýchlosti a zbytok pri malej rýchlosti.

- a) Aká je pravdepodobnosť nesprávneho naplnenia kontajneru? (0,0037)
- b) Ak sa nájde nejaký zle naplnený kontajner, aká je pravdepodobnosť, že bol naplnený počas vysokej rýchlosti plnenia? (0,8108)