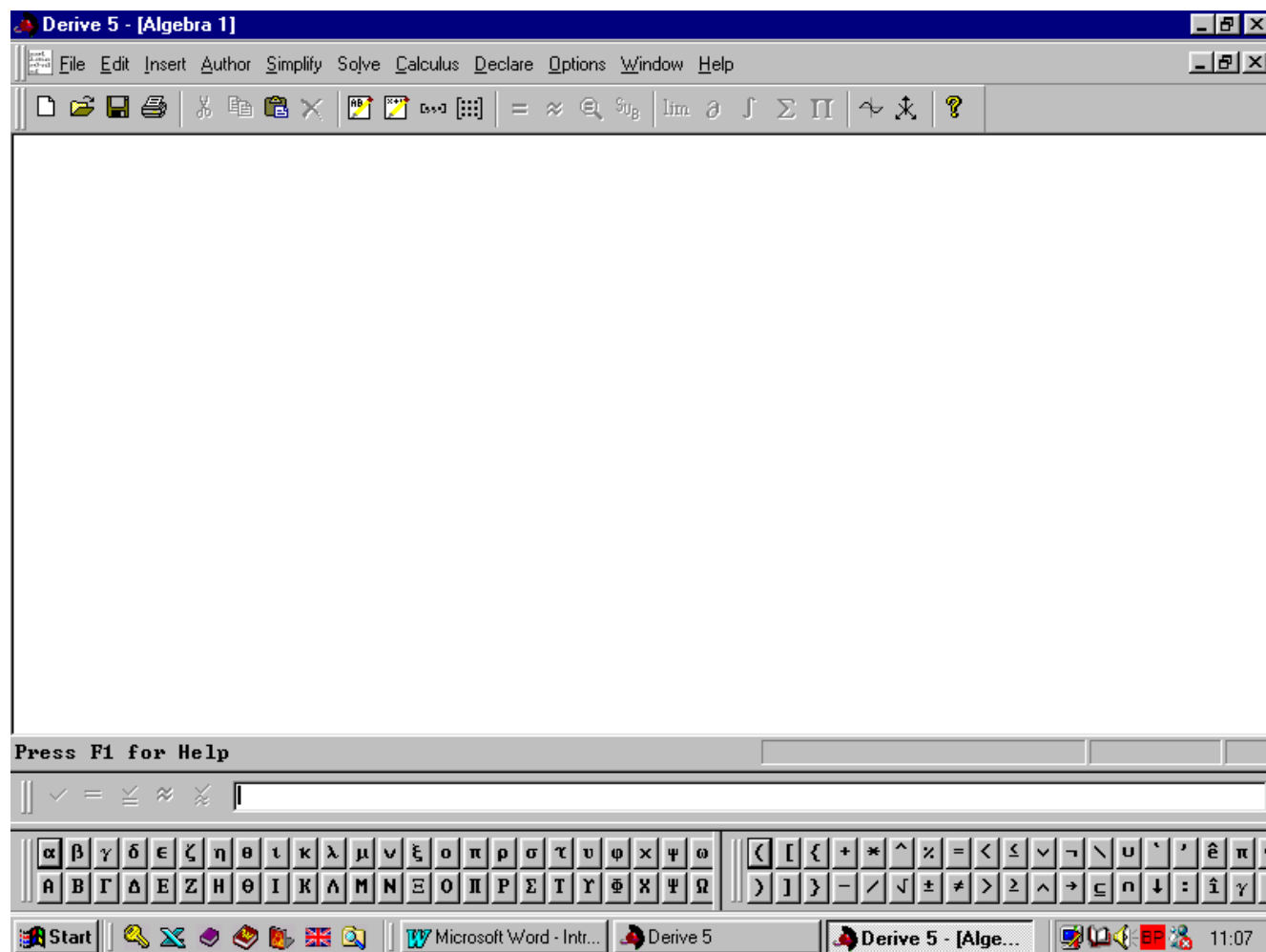


# Úvod do práce so systémom DERIVE

Počítačový algebrický systém DERIVE (PAS DERIVE) sa často označuje za “matematického asistenta”. Je to výkonný a jednoducho ovládateľný softvér určený na riešenie širokého okruhu matematických problémov. Cieľom tohto úvodu je predstaviť niektoré základné funkcie a príkazy systému DERIVE.

## 1. Pracovná plocha aplikácie DERIVE.

Po otvorení aplikácie DERIVE sa objaví nasledujúca pracovná plocha:



Pracovná plocha systému DERIVE je podobná ako u iných základných programov pracujúcich pod operačným systémom WINDOWS.

Táto pracovná plocha sa nazýva **algebrické okno**. Používa sa na zápis a prácu s algebrickými výrazmi, rovnicami a vzorcami. V dolnej časti okna sa nachádza úzke dlhé pole pre vkladanie príkazov. Nazýva sa **vstupné pole**. K dispozícii sú dve skupiny tlačidiel umiestnených pod ním. Skupina vľavo pozostáva z veľkých a malých písmen gréckej abecedy, skupina vpravo obsahuje základné matematické symboly.

DERIVE má 2D aj 3D grafické okno.

V nasledujúcich častiach nájdete stručné informácie o tom, ako vkladať a pracovať s algebraickými výrazmi, s rovnicami, a ako nakresliť jednoduchý obrázok.

## 2. Zápis výrazu v systéme DERIVE.

Po aktivácii systému DERIVE je zvyčajne kurzor umiestnený vo vstupnom poli. Ak sa tam kurzor nenachádza, aktivujte ho ľavým tlačidlom myši. Teraz je možné zapísať výraz alebo rovnicu a vložiť ich do systému DERIVE.

I. Zapišme výraz  $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$ . Na to je potrebné vložiť do vstupného poľa nasledujúci zápis

1/4 - 6/12 + 9/17. Potom na klávesnici stlačíme tlačidlo **Enter**.

Na obrazovke sa objaví matematický zápis

#1: 
$$\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$$

### Poznámka 1:

Pri zápise matematického výrazu v systéme DERIVE je možné používať všetky štandardné tlačidlá klávesnice určené pre pohyb v texte a editovanie: ←, →, **Home**, **End**, **Backspace**(←) a **Delete**.

II. Zapišme výraz  $9^{27}$ : Do vstupného poľa zapišeme  $9^{27}$ . Po stlačení tlačidla **Enter** sa na obrazovke objaví:

#2: 
$$9^{27}$$

III. Zapišme výraz  $\frac{x-4}{x^2-9x+20}$ . Napíšeme  $(x-4)/(x^2-9x+20)$ , stlačíme **Enter** a na obrazovke sa objaví zápis:

#3: 
$$\frac{x-4}{x^2-9x+20}$$

IV. Pokúste sa teraz zapísať výraz  $\frac{3}{x-5} - \frac{7-x}{x^2+1}$  samostatne.

### Poznámka 2:

1. Venujte pozornosť tomu, kde a ako umiestniť zátvorky. Pri zápise výrazov a rovníc je dovolené používať iba obyčajné okrúhle zátvorky: ( ). Nepoužívajte hranaté zátvorky: [ ]. Tieto sú určené na zápis vektorov a matic.
2. Po stlačení klávesy **Enter** skontrolujte, či je výraz zobrazený na obrazovke naozaj zhodný s tým, ktorý ste mali v úmysle zapísať.
3. Ak sa zobrazený výraz nezhoduje s tým, ktorý ste chceli vložiť, musíte ho upraviť, t.j. **editovať**. K tomu je potrebné vykonať nasledujúce operácie:
  - Myšou dvakrát rýchlo za sebou ťuknite na číslo riadku, v ktorom sa nachádza nesprávne vložený výraz. Vo vstupnom poli sa objaví kópia tohto výrazu, ktorú môžete editovať.
  - Urobte potrebné úpravy a stlačte **Enter**.
  - Vráťte sa na krok 2.


V. Zapište samostatne aj nasledujúci výraz:  $\frac{\sqrt{d^2-f^2}}{d-f}$ .

### Poznámka 3:

Znak druhej odmocniny  $\sqrt{\quad}$  sa dá vložiť dvoma spôsobmi:

Spôsob I: Vložíme **sqrt** a potom zapíšeme do zátvoriek výraz pod odmocninou, t.j.

$$\text{sqrt}(d^2 - f^2)/(d - f) \leftarrow$$

Spôsob II: V poli s matematickými symbolmi stlačíme klávesu  a znak druhej odmocniny sa objaví vo vstupnom poli. Potom do zátvoriek zapíšeme výraz pod odmocninou, t.j.

$$\sqrt{\quad} (d^2 - f^2)/(d - f) \leftarrow$$

**VI.** Pomocou inštrukcií uvedených v kroku 3 v poznámke 2 upravte výraz, ktorý ste zapísali pomocou bodu V., na nový výraz

$$\sqrt{\frac{d^2 - f^2}{d - f}}$$

### **3. Zjednodušovanie výrazov v systéme DERIVE.**

Systém DERIVE teraz použijeme na úpravu a zjednodušenie výrazov, ktoré sme doteraz vložili.


**I.** Zjednodušte výraz  $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$ . Vložený výraz  $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$  označíme ťuknutím pravým tlačidlom myši na číslo riadku, v ktorom je umiestnený. Z menu vyberieme príkaz **Simplify**. Potom zvolíme príkaz **Basic**.


Dostaneme nasledujúci výsledok:  $\frac{10}{51}$ .


#### **Poznámka 4:**

1. Preddefinované nastavenie v systéme DERIVE zabezpečuje, že výsledok je zapísaný v tvare zlomku.
2. V ďalšom texte budeme skrátene zapisovať skutočnosť, že niekoľko operácií sa má vykonať bezprostredne za sebou v danom poradí, tak ako v predchádzajúcom príklade pri zjednodušení výrazu  $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$ . Postupnosť krokov budeme zapisovať nasledovne:

Označíme výraz  $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17} > \text{Simplify} > \text{Basic}$ .

Zápis výsledku vo forme desatinného čísla: Označíme riadok, v ktorom sa výraz nachádza a stlačíme klávesu .

Teraz ukážeme inú, rýchlejšiu metódu, ako zjednodušiť výraz použitím klávesy .

**II.** Označíme výraz  $9^{27}$ , stlačíme klávesu   
Získame nasledujúci výsledok:

**#7:**

**58149737003040059690390169**

**III.** Zjednodušte výrazy  $\frac{x-4}{x^2-9x+20}$ ,  $\frac{3}{x-5} - \frac{7-x}{x^2+1}$  a  $\sqrt{\frac{d^2-f^2}{d-f}}$ , označením každého z nich a použitím

klávesy . Mali by ste postupne získať nasledujúce výsledky:

#8:

$$\frac{1}{x - 5}$$

#9:

$$\frac{2 \cdot (2 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 19)}{(x - 5) \cdot (x^2 + 1)}$$

#10:

$$\sqrt{(d + f)}$$

Vymažte všetky doteraz vložené výrazy. Postupne ich označujte a stlačajte klávesu **Delete**.

### 3. Faktorizácia – rozklad na ireducibilné polynómy.

I. Rozložte výraz  $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$ : Zapišeme výraz > Slačíme **Simplify** > **Factor** > **Factor**. Získame výsledok v tvare:

#4:

$$(x - 3) \cdot (x - 6) \cdot (2 \cdot x + 1)$$

### 4. Odstraňovanie zátvoriek.

I. Odstráňte zátvorky vo výraze  $(3x - 5)(2x - 1)(4x - 3)$ : Zapišeme výraz > Slačíme **Simplify** > **Expand** > **Expand**. Získame:

#5:

$$24 \cdot x^3 - 70 \cdot x^2 + 59 \cdot x - 15$$

II. Odstráňte zátvorky vo výraze  $(x + 5)^{10}$ .

### 5. Vkladanie a riešenie rovníc v systéme DERIVE.

I. Vyriešte rovnicu  $x^2 + 5x + 6 = 0$ : Zapišeme výraz  $x^2 + 5x + 6$  > Slačíme **Solve** > **Expression** > **Solve**. Získame riešenie rovnice v tvare:

#8:

$$x = -3 \vee x = -2$$

#### Poznámka 5:

Ak hľadáme riešenie rovnice v tvare  $f(x) = 0$ , nie je potrebné zapísať úplný výraz aj s poslednou časťou “= 0”, t.j. stačí vložiť ľavú stranu rovnice, výraz  $f(x)$  a potom stlačiť postupne za sebou klávesy **Solve** > **Expression** > **Solve**.

II. Vyriešte rovnicu  $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18 = 0$ . Pretože v bode 4 sme už vložili do systému výraz z ľavej strany rovnice  $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$ , nie je potrebné vkladať ho opätovne. Vykonáme teda nasledujúce operácie:

- Označíme riadok, v ktorom sa výraz  $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$  nachádza.
- Ak nie je vstupné pole prázdne, vymažeme ho nasledujúcim spôsobom: Pravým tlačidlom myši ťukneme na pole a označíme výraz, ktorý sa tam nachádza, potom stlačíme klávesu **Delete**.
- Stlačíme klávesu **F3** a požadovaný výraz  $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$  sa objaví vo vstupnom poli.
- Stlačíme **Enter**. Teraz môžeme danú rovnicu vyriešiť.
- Použijeme postup uvedený v bode I.

### 6. Úprava výrazov.

I. Vložte výraz  $p = \frac{16u}{u-a}$ . Premenná  $p$  je vyjadrená pomocou premenných  $u$  a  $a$ . Ak chceme vyjadriť premennú  $a$  pomocou premenných  $u$  a  $p$ , potom je potrebné vykonať nasledujúce operácie:

Vložte výraz  $p = \frac{16u}{u-a}$  > stlačte **Solve** > **Expression** > v príkaze **Solution Variables** označte premennú  $a$  > **Solve**.


Dostanete nasledujúci výsledok:

#11: 
$$a = u - \frac{16 \cdot u}{p}$$

II. Teraz upravte daný výraz tak, aby vyjadroval premennú  $u$  pomocou premenných  $a$  a  $p$ .

## 7. Substitúcia.

Vložte vzorec  $a = \rho(1+\theta)^n$ . Nahraďte premenné na pravej strane nasledujúcimi číselnými hodnotami

$\rho = 10$ ,  $\theta = 1/3$ ,  $n = 5$ . Na to je potrebné: Vložiť vzorec > stlačiť klávesu .

V okne, ktoré sa objaví, vykonajte nasledujúce:

- Označte premennú  $n$  > ťuknite na pole **New Value:** a vložte 5;
- Označte premennú  $\rho$  > ťuknite na pole **New Value:** a vložte 10;
- Označte premennú  $\theta$  > ťuknite na pole **New Value:** a vložte 1/3.

Dostanete nasledujúci výsledok:

#15: 
$$a = \frac{10240}{243}$$


Teraz výsledok zapíšte v tvare desatinného čísla.

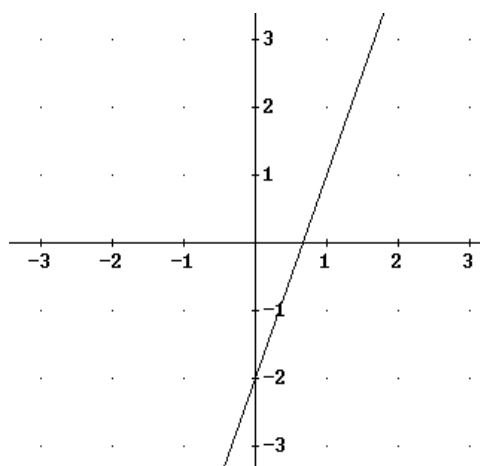
Vymažte všetko, čo bolo doteraz zapísané.

## 8. Kresba grafov.

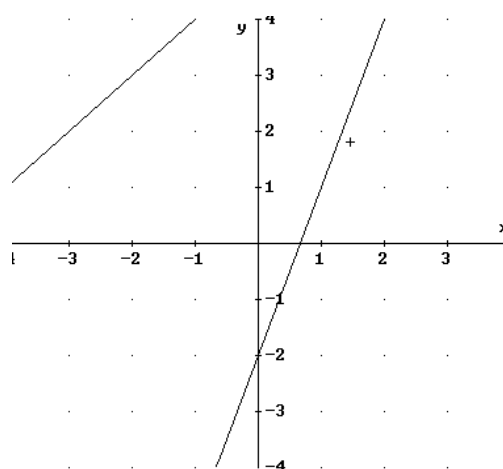
I. Nakreslite graf funkcie  $y = 3x - 2$ : Vložíme výraz  $3x - 2$  a stlačíme klávesu .

Výsledkom operácie bude otvorenie nového okna – **grafického okna**, ktoré prekryje algebrické okno, s ktorým sme pracovali doteraz. V grafickom okne je zobrazená pravouhlá karteziánska súradnicová sústava v rovine.


Stlačením klávesy  sa v grafickom okne objaví graf funkcie  $y = 3x - 2$  v danej súradnicovej sústave, ako je ilustrované na nasledujúcom obrázku.



**II.** Nakreslite graf funkcie  $y = 5 + x$  v tej istej súradnicovej sústave. Mali by ste získať nasledujúci výsledok:





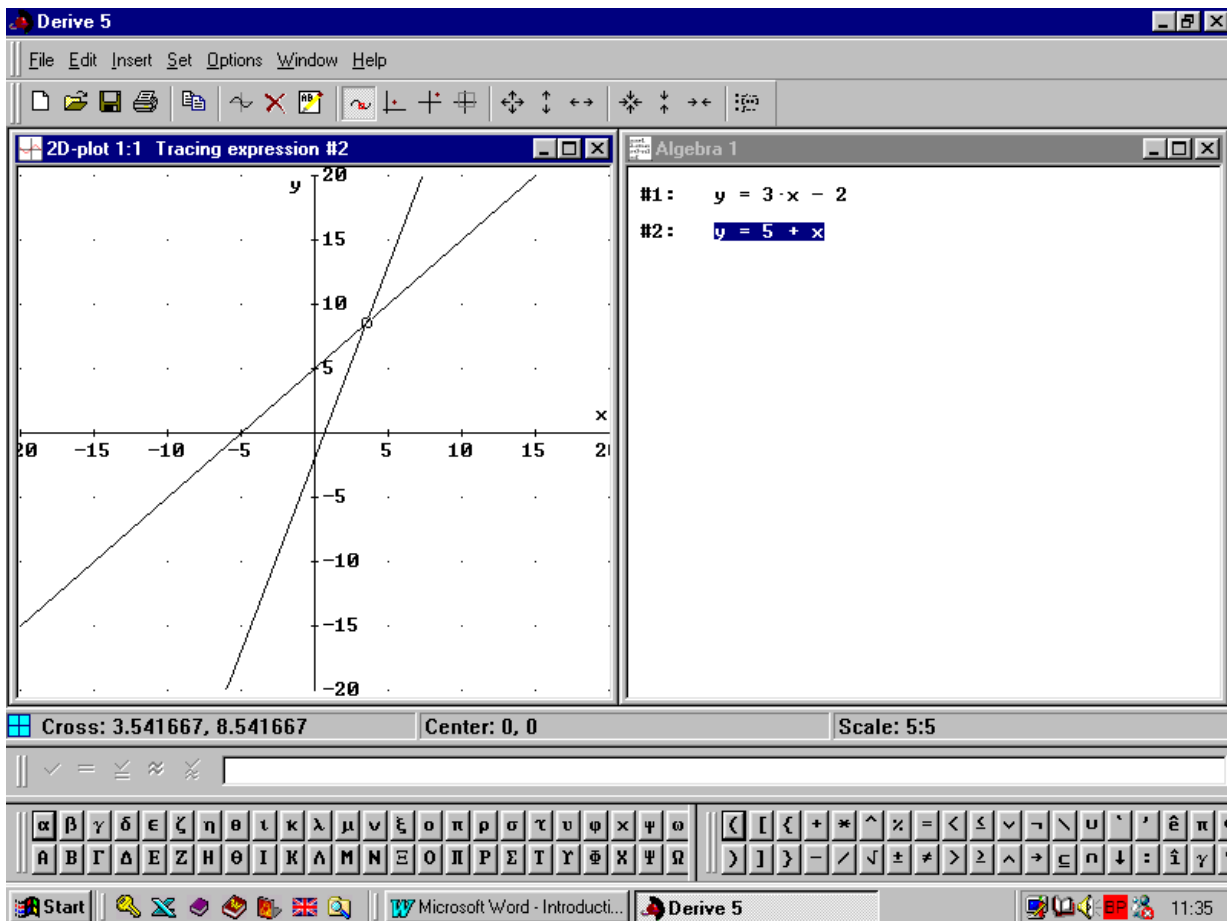
**Poznámka 6:**

1. Pre návrat do algebrického okna je potrebné použiť klávesu .
2. Ak chcete používať súčasne algebrické aj grafické okno, postupujte nasledovne: Z menu vyberte **Window > Tile vertically**.
3. Ak chcete prepínať medzi oboma oknami, musíte vždy inicializovať to okno, v ktorom práve chcete pracovať.

**III.** Nájdite súradnice priesečníka dvoch nakreslených grafov.

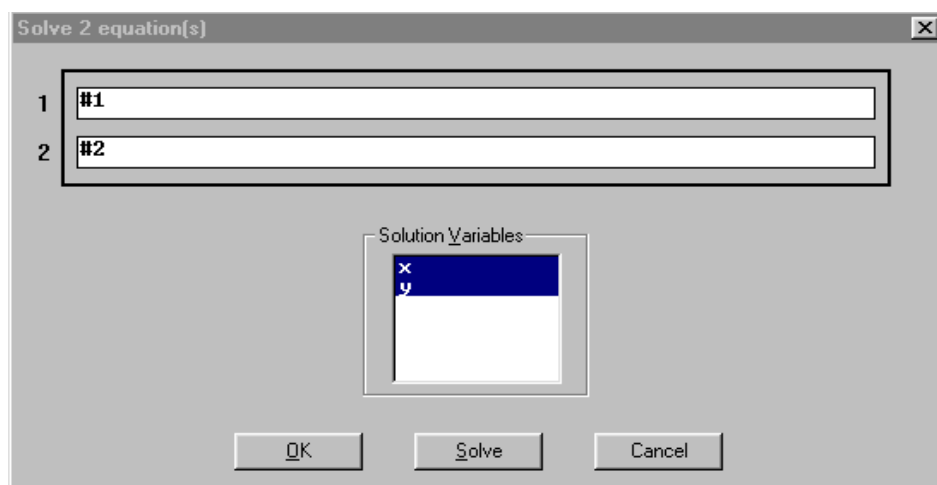
Úlohu najprv vyriešime graficky:

1. V grafickom okne použite tlačidlá  a lokalizujte hľadaný priesečník priamok.
2. Stlačte tlačidlo . V jednom z grafov sa objaví malá kružnica. Pomocou klávesnicových tlačidiel  $\downarrow$  a  $\uparrow$  môžete preniesť túto kružnicu z jedného grafu do druhého. Použitím klávesnicových tlačidiel  $\leftarrow$ ,  $\rightarrow$  môžete pohybovať kružnicou v príslušnom grafe, v ktorom je umiestnená.
3. Premiestnite kružnicu do priesečníka priamok. V ľavom rohu pod obrázkom uvidíte zobrazené súradnice daného priesečníka v nasledujúcom tvare: **Cross: 3.541667, 8.541667**



Teraz nájdite súradnice priesečníka analyticky, riešením sústavy rovníc určujúcich dané dve priamky:

1. Prepnete systém na algebrické okno.
2. Z menu vyberte **Solve > System**.
3. V malom okne, ktoré sa objaví, označte čísla rovníc v systéme, ktoré chcete riešiť: V príkaze **Number:** napíšte 2 > **Ok**.
4. Objaví sa nové okno, v ktorom musíte označiť dané dve rovnice. Pretože tieto rovnice už boli do systému vložené, nemusíme ich znovu vkladať. Stačí vložiť čísla riadkov, v ktorých sú zapísané, v našom prípade #1 a #2, ako ukazuje obrázok. Potom stlačte **Solve**.



5. Dostanete nasledujúci výsledok :


#4: 
$$x = \frac{7}{2} \wedge y = \frac{17}{2}$$

Zapíšte ho v tvare desatinných čísel.

II. Nakreslite parabolu  $y = x^2$  a priamku  $y = 2x + 24$ . Nájdite súradnice ich priesečníkov, najprv graficky a potom analyticky.

Zatvorte grafické okno. Otvorte algebrické okno označením všetkých výrazov a stlačením **Delete**. Okno zväčšite rýchlym ťuknutím dvakrát za sebou na modré pole navrchu.

## 9. Derivovanie.

I. Nájdite deriváciu funkcie  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ : Vložíme  $x^3 + 3x^2 + 2$  > stlačíme  > **Variable: x** > **Order: 1** > **Simplify**.


Výsledok bude v tvare:

#2:  $\frac{d}{dx} (x^3 + 3 \cdot x^2 + 2)$

#3:  $3 \cdot x^2 + 6 \cdot x$

II. Nájdite deriváciu funkcie  $f(x) = x^3 \sin x$ .


## 10. Integrovanie.

I. Vypočítajte neurčitý integrál funkcie  $f(x) = 3x^2 + 6x$ : Ťukneme na číslo riadku, v ktorom sa nachádza výraz  $3x^2 + 6x$  > stlačíme  > **Variable: x** > vyberieme neurčitý integrál **Indefinite** > **Simplify**.

Dostaneme nasledujúci výsledok:

#4:  $\int (3 \cdot x^2 + 6 \cdot x) dx$

#5:  $x^3 + 3 \cdot x^2$

Zopakujte celý postup, ale tentoraz vložte **c** v poli **Constant**: v okne, ktoré sa objaví po stlačení klávesy , dostanete:

#6:  $\text{INT}(3 \cdot x^2 + 6 \cdot x, x, c)$

#7:  $x^3 + 3 \cdot x^2 + c$

II. Vypočítajte neurčitý integrál funkcie  $f(x) = x^3 \sin x$ .



## 11. Vkladanie textu v systéme DERIVE.

Nasledujúca postupnosť krokov opisuje vkladanie textu v systéme DERIVE:

1. Ak je algebraické okno prázdne, vyberieme z menu príkaz **Insert > Text object**, aktivujeme obdĺžnikové pole, ktoré sa objaví, a vložíme požadovaný textový reťazec.
2. Ak algebraické okno nie je prázdne, označíme riadok, za ktorým chceme vložiť text a postupujeme podľa inštrukcií v kroku 1.
3. Ak chceme vložiť text v inom jazyku a fonte, potom ešte pre použitím príkazu **Insert** vyberieme z menu príkaz **Options > Display > Font of New Text Objects**, vyberieme želaný (**Font**) a ďalej postupujeme podľa kroku 1, resp. 2.

## 12. Niektoré užitočné klávesové skratky:

Key	Usage
F3	Skopíruje vyznačený výraz z algebraického okna do vstupného poľa.
F4	Ako F3, ale výraz vo vstupnom poli bude zapísaný v zátvorkách.
F1	Otvorí Help menu.
Ctrl E	Vloží exponenciálnu konštantu $e$ .
Ctrl P	Vloží konštantu $\pi$ .
Ctrl Q	Vloží druhú odnoccnicu.
Ctrl I	Vloží imaginárnu jednotku $i$ .

## 13. Niektoré užitočné preddefinované funkcie systému DERIVE.

### Exponenciálne funkcie:

EXP( $z$ ) – exponenciálna funkcia premennej  $z$ , t.j.  $e^z$  (keď chceme zapísať priamo  $e^z$  namiesto EXP( $z$ ), vkladáme s nasledujúcou syntaxou  $\text{výraz} | ^z$ ).

### Logaritmické funkcie:

LN( $z$ ) – prirodzený logaritmus výrazu  $z$  ( $z > 0$ ).

LOG( $z$ ) – prirodzený logaritmus výrazu  $z$  ( $z > 0$ ).

LOG( $z, 10$ ) – dekadický logaritmus výrazu  $z$  ( $z > 0$ ).

LOG( $z, a$ ) – logaritmus výrazu  $z$  ( $z > 0$ ) so základom  $a$ .

### Goniometrické funkcie:

SIN( $z$ ) –  $\sin z$

COS( $z$ ) –  $\cos z$

TAN( $z$ ) –  $\text{tg } z$

COT( $z$ ) –  $\text{cotg } z$

### Cyklometrické funkcie, inverzné ku goniometrickým funkciám:

ASIN( $z$ ) –  $\arcsin z$

ACOS( $z$ ) –  $\arccos z$

ATAN( $z$ ) –  $\text{arctg } z$

ACOT( $z$ ) –  $\text{arccotg } z$

**Poznámka 8:** Názvy funkcií nemusia byť zapísané veľkými písmenami.