

VÝUČBA MATEMATIKY S PODPOROU POČÍTAČOV

Úvod

Masívny pokles matematických vedomostí a zručností u študentov nastupujúcich do vyšších stupňov vzdelávania alarmuje učiteľov matematiky a tiež rozhodujúcich činiteľov na vysokých školách. V inžinierskom vzdelávaní sa tento fenomén objavil prvýkrát, avšak **necharakterizuje iba inžinierske vzdelávanie. Výsledky študentov nastupujúcich na prírodovedecké fakulty boli v posledných rokoch ešte nižšie.**

Pokles vedomostí a zručností z matematiky u študentov na technických školách

V technických komunitách mnohých technologicky vyspelých krajín, ako napr. Austrália, Švédsko, Veľká Británia, vzrastajú obavy, že príliš veľa inžinierov má nedostatočné matematické vedomosti a zručnosti. V roku 1995 vydal britský Inštitút matematiky a jej aplikácií správu, v ktorej túto obavu deklaroval. Skutočnosť, že inžinieri strácajú dôležitú schopnosť rozumieť matematickým princípom, efektívne narábať s matematikou a tým aj možnosť aplikovať ju v technickom kontexte, sa dostala do povedomia verejnosti.

R. Sutherland, a S. Pozzi vo svojej správe pre Inžiniersku radu v roku 1995 napísali [1]: "Medzi matematikmi, vedcami a inžiniermi na vysokých školách nastalo bezprecedentné znepokojenie nad nedostatočnou matematickou pripravenosťou nových vysokoškolákov". Tieto obavy majú celosvetový charakter. Väčšina vysokoškolských učiteľov v prieskume uviedla, že matematické vedomosti študentov v prvom ročníku vysokoškolského štúdia sú slabšie a oveľa rôznorodejšie ako to bolo pred desiatimi rokmi. Situácia sa odvtedy nezmenila, pokles matematických vedomostí pokračoval ďalej.

Autori identifikovali dva hlavné dôvody zmien:

- uvoľnenie požiadaviek v prijímacom konaní, s cieľom umožniť začať študovať aj študentom prichádzajúcim zo zamestnania alebo iného netradičného prostredia
- zmeny v osnovách na základných a stredných školách

Naši kolegovia z technických univerzít referovali o podobných skúsenostiach na európskych seminároch skupiny SEFI MWG o matematike v inžinierskom vzdelávaní v Miškolci (2000), Göteborgu (2002), Viedni (2004) a Kongsbergu (2006), čo vyústilo vo formulovanie minimálnych štandardov pre jednotlivé stupne vzdelávania, tzv. SEFI-MWG Core Curriculum.

Tento fenomén necharakterizuje iba inžinierske vzdelávanie. Výsledky študentov nastupujúcich na prírodovedecké fakulty boli v posledných rokoch ešte nižšie.

Ciele vo vyučovaní matematiky

Zdá sa, že vyššie opísaný problém, dramatický pokles matematických vedomostí a zručností u študentov prichádzajúcich študovať na univerzity, vedie ku zvýšeniu zodpovednosti učiteľov, ktorí matematiku vyučujú. Táto zodpovednosť má prinajmenšom dve strany:

Prvou je snaha vyrovnáť sa s problémom prijímacieho konania – selektovať uchádzačov o štúdium vzhľadom na schopnosť štúdium ukončiť.

Druhá, nemenej dôležitá, ponúknúť nutné matematické vzdelanie s minimálnymi požiadavkami na predchádzajúcu prípravu.

V nasledujúcom odseku prinášame prehľad niektorých súčasných problémov vo vyučovaní matematiky na európskych univerzitách, berúc do úvahy národné a medzinárodné konferencie a aktivity skupiny SEFI Mathematics Working Group.

Opatrenia na univerzitách

Európske univerzity sú si vedomé vyššie opísaných problémov a na ich riešenie prijali rad opatrení. Tieto opatrenia zahŕňajú:

1. redukciu obsahu syláb a výmenu niektorých ťažších častí za opakovanie jednoduchších partií,
2. zavedenie prídavných vyučovacích jednotiek,
3. otvorenie podporných centier matematiky.

Každé z týchto opatrení nesie so sebou aj nevýhody.

Redukcia obsahu syláb pravdepodobne pomôže slabším študentom prejsť do vyšších ročníkov, avšak vynechanie náročnejšieho učiva znevýhodní schopnejších študentov, ktorí budú horšie pripravení zvládnuť pokročilejšie a viac analytické časti v inžinierskom štúdiu.

Pridanie ďalších vyučovacích jednotiek na zvládnutie základného učiva síce zamedzí vynechaniu náročnejších častí, ale tento prístup prináša množstvo praktických ťažkostí. V ideálnom prípade by základy mali byť zvládnuté pred začatím "štandardného" kurzu matematiky, avšak na to obyčajne nie je čas.

Matematické podporné centrá stoja mimo oficiálnej vyučovacej štruktúry. Študentom, ktorí majú pri štúdiu ťažkosti, poskytujú doplňujúce prostriedky a ďalšiu výučbu. Avšak, ani tento spôsob nerieši podstatu problému. Menej zdatní študenti potrebujú systematický študijný program, ktorý by im miesto plátania dier poskytol koherentný základ matematických vedomostí.

Jadro problému a možné riešenia

Súhlasíme s názorom, že v súčasnej situácii klasický spôsob výučby nestačí, je nutné podporiť ho novými, inými vyučovacími metódami, ktoré by akceptovali zmeny a očakávania. Ozdraviť súčasnú situáciu by mohli:

- analýza a prepracovanie obsahu syláb,
- rozšírenie používania metód vyučovania s podporou počítačov,
- zavedenie skupinových foriem práce za účelom zvýšiť participáciu študenta vo vyučovacom procese.

Prepracovanie obsahu vo vyučovaní matematiky

Vzhľadom na to, že každá univerzita sa snaží udržať krok s meniacimi sa požiadavkami, tvorí toto opatrenie na mnohých univerzitách stály bod programu, čo je zrejme hlavným dôvodom, prečo nie je možné dospieť k finálnej podobe. Tiež, zmena syláb býva zvyčajne výsledkom

práce viacerých ľudí alebo kolektívu odborníkov. V dôsledku Bolonskej deklarácie boli univerzity nútené zaviesť v ich tradičnom vzdelávacom systéme drastické zmeny. To samozrejme spôsobuje značné zmeny aj v obsahu vzdelávania. Pri prebudovávaní matematických predmetov, jeden z dôležitých krokov je náležite formulovať základné matematické pojmy. Berúc do úvahy, že najdôležitejším pojmom v technických odboroch je pojem funkcie, veľa odborných článkov rozoberá úlohu funkcie v matematickom vzdelávaní budúcich inžinierov a niektoré z jej netypických použití ako napríklad definovanie postupností, vektorov, matíc a grafov. Technicky zamerané príklady umožnia študentom vniknúť súčasne tak do matematických pojmov, viet ako aj do ich praktických aplikácií.

Koncepcne, prebudovanie musí zohľadňovať požiadavku na rozvoj logického rozmýšľania a príslušnej dedukcie. Z tohto pohľadu zastávame induktívno-intuitívny prístup vo vyučovaní. Signifikantný je výrok od Walka (1878-1952): "Jeden nikdy nevie, kedy sa niektoré vety z abstraktnej aritmetiky objavia v technických aplikáciách. Preto študenti musia poznať niektoré špeciálne kapitoly z matematiky." Z tohto dôvodu navrhujeme zaradiť niektoré abstraktné kapitoly z matematiky, napríklad inverzné semigrupy, Hamiltonove quaterniony, Eulerove cesty v teórii grafov ako kapitoly, ktoré sa dajú zaradiť do inžinierskeho vzdelávania.

Vyučovanie s podporou počítačov

Autori ako Burton et al, 1992 [2] a Mason, 1994 [3] tvrdia, že zamestnávateľia absolventov, predovšetkým však absolventov inžinierskych smerov, zdôrazňujú požiadavku na zamestnancov, ktorí vedia ako sa majú učiť, sú flexibilní, vedia riešiť problémy, majú analytické zručnosti a vedia pracovať v tíme. Nové technológie majú dôležitý vplyv, avšak ich zavedenie tak na pracovisku ako aj v triede alebo v posluchárňach vedie ku nekritickému používaniu nástrojov bez sprevádzajúcich zmien v chápaní učenia sa, vyučovania a hodnotení potrieb.

Je veľmi dôležité, aby študenti mali dostatočné matematické vedomosti, ktoré im umožnia stať sa vedomými užívateľmi softvérov majúcimi schopnosť náležite rozumieť a kontrolovať výsledky. Študenti by sa mali naučiť ako používať matematický softvér, riešiť úlohy, ktoré sa dajú jednoducho a efektívne riešiť pomocou počítačov (napríklad riešenie veľkých systémov rovníc).

Je dôležité, aby sa študenti neučili iba relevantné príkazy dostupné v softvérových balíkoch. Tieto balíky sa musia učiť používať súdne a kriticky, s uplatňovaním matematických vedomostí pomocou ktorých zistia, kedy počítačové riešenie nemusí byť spoľahlivé.

V predošlých rokoch sme zaznamenali zvýšený záujem o výskum v oblasti vyučovania s podporou počítačov. Zozbierané skúsenosti boli prezentované v niekoľkých odborných a vedeckých článkoch. Prišli sme k záveru, založenom hlavne na vlastnej skúsenosti, že väčšina počítačovo orientovaných vyučovacích metód je najefektívnejšia v skupinách s relatívne malým počtom študentov a špeciálne v spojení s aktívnymi metódami. Naše tvrdenie "Súčin počtu študentov a koeficientu efektivity je konštantný." bolo potvrdené závermi:

- Učenie sa pomocou počítačov a dištančné štúdium je podľa odborníkov v predmete najúčinnnejšie, keď 10-15 študentov a ich učiteľ sedia naraz pri počítači. A hoci sa nachádzajú ďaleko od seba, učia sa spoločne.
- Výskum v aplikáciách počítačového softvéru preukázal, že vyučovanie matematiky je najúčinnnejšie v malých skupinách.

Nemôžeme ignorovať rýchle zmeny v informačných technológiách, rast počítačového výkonu a komplexnosť prístupného matematického softvéru (Maple, Mathematica, MatLab, MuPad a Derive). Prinajmenšom si to vyžaduje radikálne prehodnotenie v zmysle v ktorých kapitolách kurikula by sa mohli použiť a mali vplyv na vyučovanie matematiky na väčšine európskych univerzít.

Z pohľadu expanzie dostupnosti počítačov a softvérov majú na kurikulum matematiky značný dosah dve navzájom súvisiace a súčasne odlišné záležitosti. Prvou je, že **nové prístupy vo vzdelávaní sú možné.** Druhou je, že **momentálne sú bežne prístupné enormne sofistikované matematické softvéry umožňujúce riešiť problémy takej veľkosti a zložitosti, ktoré boli iba donedávna predmetom výskumných činností.**

Aktívna účasť študentov – kooperatívne vyučovacie metódy

Absolventi, ktorí ukončili štúdium pred niekoľkými rokmi hovoria, že v ich profesionálnej práci využívajú iba časť znalostí z matematiky, ktoré získali na vysokej škole. Avšak logické myslenie, ktoré nadobudli práve učením sa matematiky, využívajú znamenito.

Je veľmi dôležité, aby si študenti vytvorili vlastný štýl učenia sa. Tu obyčajne potrebujú odbornú pomoc. Študenti sa musia naučiť ako študovať. Využívanie metód prezentovaného projektu Leonardo da Vinci, tak ako aj ich sekundárny efekt môže byť vo vysokoškolskom štúdiu veľmi užitočný. Významná je štruktúra vzdelávacieho procesu tak ako aj dôkladná znalosť problémov, navzájom poprepájaných. Pojmy musia byť jasne definované, matematické vety stručne a jasne formulované. Vzhľadom na čas, ktorý máme k dispozícii a efektívnosť, všetci sa snažíme vety viac demonštrovať a ukázať ich použitie miesto dokazovania. Pri tom nám účinne môže pomôcť zdôrazňovanie aspektov teórie matematiky, demonštrácie s použitím počítačovej techniky, modely a kontra príklady.

Vo vyučovaní matematiky je veľmi dôležité nájsť vhodné technologické aplikácie a ich diskusie. Taktiež je veľmi dôležitá interpretácia teoretickej časti a výsledkov výpočtov. Jednota učenia a učenia sa zahŕňa náležité vyhodnotenie výsledkov spolu s nácvikom výpočtových techník.

V súčasnosti má rýchlosť metódy rovnakú dôležitosť ako jej presnosť. Učiť študentov ako pracovať samostatne vyžaduje vhodný softvér a hardvér a tomu odpovedajúce vedenie.

Obsah projektu Leonardo da Vinci, Európske virtuálne laboratórium matematiky, by mal zlepšiť proces učenia sa a vyučovania matematiky. Skúsenosti z kooperatívneho vyučovania a konzultácií v matematických centrách zriadených prostredníctvom partnerstva projektu by mali prispieť k splneniu hlavných cieľov projektu.

Napriek klesajúcej úrovni vyučovania na stredných školách, objavuje sa stále viac a viac vzdelávacích foriem, v ktorých matematika má dominantné postavenie. Klesajúca motivácia študentov pokračovať ďalej v štúdiu môže byť zvrátená iba pomocou novších vzdelávacích metód. Na celom svete bol naštartovaný proces štandardizácie, ktorého v Európe je dokladom formulovanie základného kurikula "CORE CURRICULUM" skupinou SEFI-MWG [4].

Nové odbory a špecializácie zanikajú, zatiaľ čo iné, zdá sa, prichádzajú odnikiaľ. Podmienky sa hekticky menia. Ku zmenám a modifikáciám dochádza často hneď po ich vzniku. V trhovej orientácii sa vzdelávanie stalo zraniteľným. Hlavné ciele vyučovania matematiky v inžinierskom štúdiu môžeme nájsť v požiadavkách vyučujúcich inžinierskych predmetov, v aplikáciách po ukončení štúdia a v požiadavkách zákazníkov. Je dôležité vybrať koherentnú časť matematiky, ktorá sa dá veľmi dobre učiť. Taktiež je dôležité poznať široké spektrum vyu-

čovacích metód a metód učenia sa, dobre poznať schopnosti študentov a testovať ich vstupné vedomosti.

Literatúra

1. Sutherland, R.; Pozzi, S.: *The changing Mathematical Background of Undergraduate Engineers*, The Engineering Council, London, 1995.
2. Burton, L.; Cook, J.; Gallacher, J.; Jordison, R.; and Nickson, M.: *Access to Mathematics for Higher Education*, Report of a project sponsored by BP Glasgow. „Aiming for a College Education Programme, Birmingham, University of Birmingham, University of Glasgow and Glasgow Polytechnic, 1992.
3. Mason. W.H.: *A Complete Engineer*, Prism, American Society of Engineering Education, October, 1994/10.
4. SEFI-MWG CORE CURRICULUM [<https://learn.lboro.ac.uk/mwg/core.html>]

Preložila Daniela Richtáriková