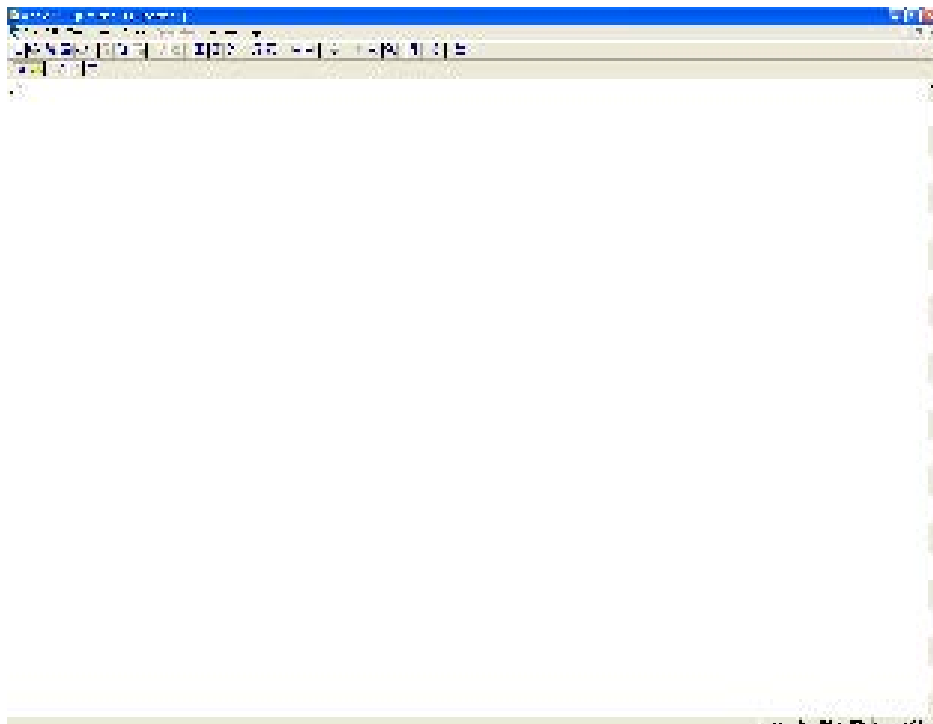


Maple: Úvod

Základné vlastnosti systému Maple

Maple je efektívny počítačový program vhodný na vykonávanie algebrických alebo symbolických matematických výpočtov. Je tiež schopný vykonávať výpočty z numerickej analýzy a zobrazovať výsledky graficky, mnohými rôznymi spôsobmi. Pracovné prostredie systému Maple možno tiež okrem toho používať na tvorbu technických dokumentov, v ktorých je integrovaný text a matematické symboly, grafika, či priame odkazy na webové stránky. Vďaka tejto svojej univerzalite sa niekedy Maple používa ako editor rovníc, ale väčšina používateľov si ho obľúbila pre jeho výkonnosť pri riešení rovníc.

Jednou z kľúčových výhod systému Maple je jeho stabilita pri vykonávaní symbolických matematických výpočtov. Pri práci so systémom Maple si môžeme dovoliť ponechať presné vyčíslenie hodnoty spracovaného a upravovaného výrazu až na poslednú chvíľu. Maple je totiž schopný pracovať s nedefinovanými prvkami ako so symbolmi, ktorým môže byť neskôr priradená konkrétna hodnota.



Obrázok 1: Pracovná plocha systému Maple

Začíname prácu v systéme Maple

Pracovná plocha systému Maple pozostáva z troch zložiek: Maple príkazov (zobrazených červenou farbou), výstupov (v modrej farbe), ktoré Maple vytvára pre každý príkaz, a chybových hlásení. Príklad príkazov systému Maple.

```
> 5+3;
```

```
8
```

Spracovanie príkazu v systéme Maple sa vykoná ťuknutím myšou na príkaz a stlačením klávesy Enter. Všimnite si, ako po zobrazení výstupu kurzor odskočí na ďalší príkaz systému Maple. Každý príkaz systému Maple je zapísaný vedľa znaku “väčší ako” - >, a každý musí byť ukončený znakom bodkočiarka – ; . Bodkočiarka je pre systém Maple znakom, že výsledok príkazu sa má zobraziť na obrazovke, zatiaľ čo znak dvojbodka znamená, že sa výsledok nemá zobraziť na obrazovke.

```
> 4+2;
```

```
6
```

```
> 3+1;
```

Príklad systému Maple môže obsahovať poznámku, ktorá priamo nie je súčasťou príkazu. Znak rebrík (t.j. #) ako časť príkazového riadku systému Maple znamená, že systém má daný príkaz ignorovať. Všetko, čo je zapísané za týmto znakom, je považované za poznámku a nie je systémom vyhodnocované.

```
> 4+4; # Maple ignores what comes after the hash symbol.
```

Kurzor nachádzajúci sa na prázdnom riadku preskočí na nasledujúci vykonávací riadok po stlačení klávesu Enter. Kedykoľvek sa môžeme vrátiť späť a editovať aj tie príkazy systému Maple, ktoré už boli vyhodnocované. Ťuknutím na požadovaný výraz sa môžeme pohybovať v jeho zápise pomocou šípok a klávesy backspace a ľubovoľne ho meniť. Stlačením klávesu Enter sa príkaz opäť vyhodnotí.

Ak urobíme pri zápise príkazu nejakú chybu a systém Maple nebude rozumieť, akú operáciu chceme vykonať, ako výstup sa objaví chybové hlásenie. Veľmi častou chybou býva, napríklad, že zabudneme napísať bodkočiarku (alebo dvojbodku) na konci príkazového riadku systému Maple. Ak sa pokúsime spracovať takýto chybný príkaz, na obrazovke sa objaví nasledujúce varovanie:

```
> 5+5
```

```
Warning, premature end of input
```

Maple vráti chybové hlásenie, pretože sme zabudli napísať bodkočiarku. Opravu urobíme návratom do príslušného príkazového riadku, kde jednoducho bodkočiarku dopíšeme a príkaz nanovo spracujeme. Je mnoho ďalších chýb, ktorých sa môžeme dopustiť v príkazoch systému Maple. Jednou z najťažších úloh, s ktorými sa stretávame pri používaní akéhokoľvek počítačového programu, je odstraňovanie chýb, ktoré systém nájde a oznámi často nejasným chybovým hlásením. Naučiť sa rozpoznávať chybové hlásenia systému Maple si vyžaduje skúsenosť a prax. Je preto potrebné zapisovať príkazy pozorne, aby sme sa čo najviac vyhli možným nechceným preklepom.

Do jedného riadku môžeme umiestniť viac ako jeden príkaz, pričom každý príkaz systému Maple musí byť ukončený svojou vlastnou bodkočiarkou alebo dvojbodkou. Nasledujúce tri príkazy budú vyhodnotené súčasne.

```
> 5+5; 4-1; 3+2;
```

```
10
```

```
3
```

```
5
```

Vyhodnotenie viacerých príkazov súčasne sa dá v systéme Maple dosiahnuť aj iným spôsobom. Príkazy sa dajú združiť do jednej vyhodnocovacej skupiny. Umiestnením kurzora kdekoľvek vo vyhodnocovacej skupine a stlačením klávesu Enter sa celá skupina príkazov vyhodnotí naraz. Hranatá zátvorka vpravo označuje, ktoré príkazy sú združené do jednej vyhodnocovacej skupiny (ak zátvorka nie je viditeľná, je potrebné použiť menu "View → Show Group ranges" na zmenu nastavenia, alebo stlačiť kľúč F9 na klávesnici).

```
> 5+5;
```

```
> 4-1;
```

```
> 3+2;
```

```
10
```

```
3
```

```
5
```

Ďalšie príkazové riadky sa dajú do pracovného súboru systému Maple pridať umiestnením kurzora do ľubovoľného riadku a stlačením kombinácie klávesov Ctrl-J. Nový riadok sa otvorí automaticky za riadkom, v ktorom bol kurzor nastavený. Ak chceme nový riadok umiestniť pred daným riadkom, alebo chceme vložiť nový príkazový riadok na začiatok pracovného súboru, potom treba stlačiť kombináciu kláves Ctrl-K.

Maple ako kalkulačka

Maple sa dá použiť ako tradičná kalkulačka, dokáže však omnoho viac. Je dobrým zvykom začať každú prácu v systéme Maple reštartom, čo znamená, že všetky existujúce výsledky uložené v pamäti systému Maple budú vymazané (Vyhňeme sa tak možným zmätkom, ak sme už nejaké príkazy v danom pracovnom súbore vyhodnocovali).

> **restart;**

Maple zvládne oboje, “symbolickú aritmetiku” aj “numerickú aritmetiku”. Uvedený príklad ilustruje symbolickú aritmetiku:

> **1/3 + 1/3;**

$$\frac{2}{3}$$

Pri spracovaní hore uvedeného príkazu so všimnime, že Maple vykonal súčet zlomkov symbolicky. Ak v príkaze umiestnime desatinnú bodku, systém vykoná výpočty numericky ako kalkulačka.

> **1.0/3 + 1/3; # Notice the decimal point.**

0.6666666666

Systém teda rozdielne vyhodnocuje výsledky symbolických a numerických výpočtov. Symbolické výpočty sú “exaktné”, zatiaľ čo numerické výpočty sú “aproximácie”.

Všimnime si nasledujúci príkaz

> **2/3 + 3/5;**

$$\frac{19}{15}$$

Maple prevedie zlomky na spoločného menovateľa. Ak chceme zistiť hodnotu výsledku v tvare desatinného čísla, môžeme ju získať dvoma spôsobmi. Umiestnime napr. do vstupného príkazu desatinnú bodku, tak ako v predchádzajúcom príklade. Inou možnosťou je použitie špeciálneho príkazu systému Maple - evalf, ktorý prevedie dané číslo na číslo v desatinnom tvare.

> **evalf(2/3 + 3/5);**

1.266666667

Pri práci s veľmi dlhými výrazmi môžeme použiť obyčajné okrúhle zátvorky, aby bol výraz lepšie čitateľný. Treba však dať pozor na správne umiestnenie zátvoriek, pretože tieto určujú poradie, v akom sa majú jednotlivé operácie vo výraze vykonávať. Všimnime si nasledujúce príklady:

> (5-3)/(2+2*3); 5-(3/2+2*3);

$$\frac{1}{4}$$

$$-\frac{5}{2}$$

> 2*4^2/(6+3)*2; (2*4)^(2)/6+3*2;

$$\frac{64}{9}$$

$$\frac{50}{3}$$

Tieto príklady tiež ilustrujú, ako umocniť daný výraz (\square), vykonať súčin ($*$) a delenie ($/$). Maple má zabudované všetky funkcie, ktoré sa dajú nájsť vo vedeckej kalkulačke a mnoho ďalších funkcií. Používateľ si tiež môže definovať vlastné funkcie, a to nasledovne.

> f := t*cos(2*t);

$$f := t \cos(2 t)$$

Teraz zdefinovanú funkciu vyhodnotíme pomocou príkazu **eval** (**eval** je skratka od slova **evaluate** = vyhodnotiť).

>eval(f, t=Pi/2);

$$-\frac{\pi}{2}$$

Výsledok môžeme vyjadriť aj ako numerickú aproximáciu desatinným číslom použitím príkazu **evalf**.

> evalf(%);

$$-1.570796327$$

Maple ako symbolická kalkulačka

Maple dokáže vykonávať symbolické manipulácie s výrazmi, ktoré obsahujú neznáme premenné. Predtým, ako budeme pokračovať vo výpočtoch pomocou systému Maple, musíme zmeniť premennú pomenovanú x späť na “neznámu premennú.” V predchádzajúcich príkazoch daného pracovného súboru sme priradili x hodnotu; teraz musíme toto priradenie zrušiť, t.j. vymazať danú hodnotu. Zrušiť hodnotu x môžeme použitím priraďovacieho operátora “unevaluated x ” na x samotné. Dostaneme “unevaluated x ” zapísaním apostrofov pred a za premennou x

```
>x := 'x'; # Those are both right quotes.
```

Je dôležité zapamätať si, ako sa dá zrušiť hodnota priradená premennej. Je to často sa opakujúca požiadavka pri práci s veľkým počtom premenných alebo pri práci s veľmi dlhými pracovnými súbormi systému Maple. Potom, ako sme premenili x späť na neznámu premennú, môžeme znova používať x pri algebrických manipuláciách, napr. pri riešení rovníc s neznámou x .

Príkaz **solve** sa používa na riešenie rovníc. V príkaze uvedieme rovnicu, ktorú treba riešiť a premennú. Jednoduchý príklad nasleduje.

```
> solve (4*x + 2 = 6, x);
```

1

Maple nájde hodnotu x , ktorá je riešením rovnice. Zdá sa, že je zbytočné definovať systému, aby riešil rovnicu pre neznámu x , keď x je jediná neznáma nachádzajúca sa v danej rovnici. Môže sa však stať, že v rovnici je niekoľko neznámych, preto je vždy potrebné presne systému Maple určiť, vzhľadom na ktorú neznámu má rovnicu riešiť. Napr. nasledujúce dva príkazy ukladajú systému Maple vyriešiť tú istú rovnicu, vždy však pre inú neznámu.

```
> solve (a*x + 2*b = 4, x);
```

$$-\frac{2(b-2)}{a}$$

```
> solve (a*x + 2*b = 4, b);
```

$$-\frac{ax}{2} + 2$$

V nasledujúcom príkaze systému Maple je použitý príkazový operátor, ktorým je rovnici priradené meno, konkrétne **quad1**.

```
> quad1 := a*x^2+b*x+c=0;
```

$$\text{quad1} := ax^2 + bx + c = 0$$

Priradené meno môžeme teraz použiť v príkaze na riešenie rovnice.

```
> solve( quad1, x );
```

$$\frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Výsledok predchádzajúceho príkazu je známy výraz. Môžeme do neho dosadiť konkrétne hodnoty premenným **a**, **b** a **c**.

```
> a:=1; b:= 2; c:= -1;
```

$$a := 1$$

$$b := 2$$

$$c := -1$$

Rovnicu **quad1** vyriešime ešte raz, tento krát však riešenie označíme menom.

```
> solution := solve( quad1, x );
```

$$\text{solution} := -1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$$

Názov **solution** sa teraz vzťahuje na obe riešenia! Môžeme sa však odvolať individuálne na každé z nich, a to nasledovne:

```
> solution[1]; solution[2];
```

$$-1 + \sqrt{2}$$

$$-1 - \sqrt{2}$$

Ako si môžeme overiť, že obidve získané riešenia sú naozaj riešením danej kvadratickej rovnice? Urobíme tak postupným dosadením každého z výrazov do rovnice a skontrolovaním, či sa hodnota výrazu na pravej strane rovnice rovná hodnote výrazu na ľavej strane. Použijeme príkaz **subs** určený na substitúciu.

```
> subs( x=solution[1], quad1 );
```

$$(-1 + \sqrt{2})^2 - 3 + 2\sqrt{2} = 0$$

Príkazom `simplify` predchádzajúci výraz zjednodušíme, aby sme zistili, či získané riešenie nazvané `solution[1]` je skutočne riešením danej kvadratickej rovnice.

```
> simplify ( % );
```

$$0 = 0$$

Rovnosť oboch strán dokazuje, že `solution[1]` je riešením danej kvadratickej rovnice nazvanej `quad1`. Taký istý dôkaz môžeme urobiť aj pre druhé získané riešenie `solution[2]`, ktoré je druhým riešením danej kvadratickej rovnice nazvanej `quad1`.